《高等代数(1)》课程教学大纲

High Algebra

5 学分 80 学时

一、课程的性质、目的及任务

高等代数是数学一级学科下各专业必修的、重要的基础课程,该课程对学生的数学素质与数学思维能力的培养具有重要作用。 通过该课程的教学,使学生掌握系统的线性代数理论,了解基本的代数知识与代数结构,掌握抽象的,严格的代数方法。高等代数(上)主要研究多项式理论、行列式理论、矩阵理论、线性方程组的解法和解的判定与结构理论、线性空间理论。

二、适用专业

数学与应用数学专业、信息与计算科学专业。

三、先修课程

初等数学

四、课程的基本要求

通过本课程的学习,学生应达到如下要求:

掌握多项式的整除、最大公因式及根的概念,熟练掌握求两个多项式的最大公因式的方法,掌握有理系数不可约式项式的方法.掌握行列式的定义与性质,能熟练应用行列式的定义及性质计算并证明行列式,掌握用行列式解线性方程组的方法.掌握矩阵的概念与运算,掌握可逆矩阵的概念、性质及判别方法,会用初等矩阵求可逆矩阵,并会用分块矩阵的方法求某些可塑矩阵的逆矩阵.掌握矩阵秩的概念及线性方程有解的判别方法,会用矩阵的初等变换解线性方程组.掌握线性空间的概念和欧式空间的概念、向量的线性相关性及线性空间的基、维数与坐标的概念,会求齐次线性方程组的解空间.

五、课程的教学内容

(一) 教学内容

1. 一元多项式理论

一元多项式的概念与性质,环的定义,带余除法,最大公因式,不可约多项式,唯一 因式分解定理,重因式,多项式的根多项式函数,代数基本定理,实系数多项式,有理系 数多项式。多元多项式部分建议不讲

2. 行列式理论

内容包括:矩阵的基本介绍,行列式的定义和性质,行列式的完全展开,Garmer 法则。

3. 矩阵理论

内容包括:矩阵的运算,可逆矩阵,矩阵的分块,矩阵的初等变换与初等矩阵,矩阵与线性方程组。

4. 线性空间及欧式空间

内容包括:向量及其线性运算,坐标系,线性空间的定义,线性相关,线性无关, 秩、维数与基,矩阵的秩,线性方程组,坐标与基变换,子空间,商空间,线性空间的同态与同构,欧式空间的定义,标准正交基,欧式子空间与同构。

内容根据教学情况灵活掌握。

(二)、研讨内容:

- 1. 不可约多项式的判别方法;
- 2. 行列式计算技巧探讨;
- 3. 矩阵的等价标准型的应用;
- 4. 线性空间维数公式的应用;
- 5. 欧式空间与线性空间的联系与区别

六、学时分配表

内 容	讲课	课堂研讨	习题课	小计
(一)预备知识及多项式理论	16	2	2	20
(二) 行列式理论	12	2	2	16
(三) 矩阵理论	10	2	2	14
(四)线性空间理论(含欧式空间)	21	4	3	28
机 动	2			2
合 计	61	10	9	80

七、主要参考书

- 1. 教材: 孟道骥, 高等代数与解析几何 上, 科学出版社, 2006 年版
- 2. 主要参考书
- (1) 丘维声, 高等代数(下册), 高等教育出版社, 1996.12
- (2) 张禾瑞、郝炳新, 高等代数(第三版), 高等教育出版社, 1984
- (3) 北京大学数学系,高等代数(第二版),高等教育出版社,1988

八、考核方式(包括作业、测验、考试等及其所占比例)

以期终考试为主,期终考试成绩占总评成绩的70%以上。

九、说明(包括:与相关课程的关系、对自学内容的指导意见、其他专业运用此大纲的意见等。)

- 1. 本大纲适用于数学类各专业以及其它对数学要求很高的专业。
- 2. 由于课时分配的需要,建议一并讲完欧式空间的概念,标准正交基的概念,而欧式空间上的变换部分留到下一学期讲授。
- 3. 讲授课时数,研讨时数与习题课的时数之比约为 6:1:1; 讲授次序与学时安排等根据实际情况灵活掌握。

制定者: 王登银

审定者:周圣武

批准者: 江 龙

《高等代数(2)》课程教学大纲

High Algebra

48 学时 3 学分

一、课程的性质、目的及任务

高等代数是数学各专业的必修的、重要的基础课程,该课程对学生的数学素质与数学思维能力的培养具有重要作用。通过该课程的教学,使学生掌握系统的线性代数理论,了解基本的代数知识与代数结构,掌握抽象的、严格的代数方法。高等代数(下)主要研究:线性空间上的线性映射、欧氏空间上的线性变换、二次型理论。

二、适用专业

数学与应用数学专业、信息与计算科学专业。

三、先修课程

高等代数(上)。

四、课程的基本要求

通过本课程的学习,学生应达到如下要求:

- 1. 理解线性映射与线性变换的概念,掌握线性映射的基本运算法则,理解线性映射的 核与像的概念,掌握线性变换与矩阵的关系以及线性变换在不同基下的矩阵的关系,理解 线性变换的特征值与特征向量,理解线性变换可对角化的条件。
 - 2. 理解线性变换的 Jordan 标准形,会用相似标准形解决若干矩阵问题。
- 3. 复习欧氏空间概念、标准正交基概念,理解正交变换,了解同构的概念及其基本性质。
 - 4. 理解二次型的概念, 掌握它的标准形化法,掌握正定二次型的判定及性质。

五、课程的教学内容

- (一) 讲授内容
- 1. 线性映射与线性变换

线性映射及其运算,线性映射的核与像,线性变换与矩阵,线性变换在不同基下的矩阵的关系,特征值与特征向量,可对角化的线性变换,线性变换的不变子空间。线性变换的标准形。

2. 欧几里得空间上的线性变换

正交投影、最小二乘法,实内积空间的同构,正交变换,对称变换。

3. 双线性函数与二次型

对偶空间,双线性函数,二次型的表示,标准形,唯一性,正定二次形,二次形的应用。

(二) 习题讨论课

内容根据教学情况灵活掌握。

- (三)研讨内容:
- 1. 探讨如何用变换的方法解决矩阵的相关问题;
- 2. 探讨对称矩阵对角化的技巧:
- 3. 总结二次型标准化的技巧,以及与矩阵上变换的相互对应。

六、学时分配表

内 容	讲课	课堂研讨	习题课	小计
(一)线性变换	15	2	3	20
(二) 欧式空间上的线性变换	4	2	2	8
(三) 双线性函数与二次型	14	2	2	18
机动	2			2
合 计	35	6	7	48

七、主要参考书

- 1. 教材: 孟道骥, 高等代数与解析几何 下, 科学出版社, 2006 年版
- 2. 主要参考书
- (1) 丘维声, 高等代数(下册), 高等教育出版社, 1996.12
- (2) 张禾瑞、郝炳新, 高等代数(第三版), 高等教育出版社, 1984
- (3) 北京大学数学系,高等代数(第二版),高等教育出版社,1988

八、考核方式(包括作业、测验、考试等及其所占比例)

以期终考试为主,期终考试成绩占总评成绩的70%以上。

九、说明(包括:与相关课程的关系、对自学内容的指导意见、其他专业运用此大纲的意见等。)

- 1. 本课程是高等代数 (上)的后续课程,本大纲适用于应用数学、统计学专业及信息与计算专业以及其它对数学要求很高的专业;
- 2. 由于课时分配的需要,建议在上学期一并讲完欧式空间的概念,标准正交基的概念,而欧式空间上的变换部分留到下一学期讲授。
 - 3. 由于课时不够, 多项式上的矩阵一章建议不讲。况且此部分内容也不是太重要。
- 4. 讲授时数,研讨时数与习题课时数之等约 6: 1: 1,讲授次序与学时分配可根据实际情况灵活掌握。
 - 5. 教师可根据教学实际情况选讲或不讲非基本教学内容。

制定者: 王登银

审定者:周圣武

批准者: 江 龙